
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 2003/2004

April 2004

ZCT 218/3 : Kaedah Matematik

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua **LIMA** soalan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

...2/-

1. Pertimbangkan fungsi berikut:

$$f(x) = \pi - x; \quad 0 < x < \pi$$

- (a) Lakarkan fungsi ini dalam julat yang diberikan. (10/100)
- (b) Wakilkan fungsi $f(x)$ ini dengan siri Fourier sine dan siri Fourier cosine. (90/100)

2. (a) Tunjukkan:

$$L\{\sinh(at) \cos(at)\} = \frac{as^2 - 2a^3}{s^4 + 4a^4} \quad (20/100)$$

- (a) Cari songsangan transformasi Laplace bagi:

$$F(s) = \frac{8s^2 - 4s + 12}{s(s^2 + 4)} \quad (20/100)$$

- (c) Dengan menggunakan teknik transformasi Laplace, selesaikan persamaan pembezaan yang berikut:

$$y'' + 2y' + y = 4e^{-t};$$

$$y(0) = 2; \quad y'(0) = -1 \quad (60/100)$$

3. (a) Takrifan kamiran tetap bagi fungsi Gamma, $\Gamma(z)$, diberikan sebagai:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} x^{z-1} e^{-x} dx, \quad \operatorname{Re}(z) > 0$$

Dengan menggunakan takrifan ini, nilaikan kamiran berikut:

$$I = \int_0^{\infty} \sqrt{x} e^{-x} dx \quad (5/100)$$

...3/-

- (b) Cari transformasi sine Fourier bagi:

$$f(t) = \begin{cases} \cos(t) & ; \quad 0 \leq t \leq K \\ 0 & ; \quad t > K \end{cases}$$

(45/100)

- (c) Dengan pembolehubah baru yang diberi, lakukan transformasi pembolehubah untuk menukarkan persamaan pembezaan berikut kepada bentuk persamaan Bessel dan nyatakan penyelesaian amnya dalam sebutan fungsi-fungsi Bessel. Seterusnya tuliskan penyelesaian am bagi persamaan pembezaan yang asal.

$$4x^2 y'' + 8xy' + (4x^2 - 35)y = 0; \quad u = y\sqrt{x}$$

(50/100)

4. (a) Tuliskan bentuk am bagi persamaan Laplace dan kemudian tuliskan pula persamaan Laplace dalam dua dimensi menggunakan sistem koordinat Cartesian yakni $u = u(x, y)$ (rujuk lampiran).

(10/100)

- (b) Dengan kaedah pembolehubah terpisahkan, cari penyelesaian am bagi persamaan pembezaan dalam (a), menggunakan sistem koordinat Cartesian.

(40/100)

- (c) Seterusnya, tentukan penyelesaian khusus bagi persamaan pembezaan (a) dengan mengenakan syarat-syarat sempadan dan syarat-syarat awal yang diberikan di bawah.

$$u(0, y) = 0$$

$$u(1, y) = 0$$

$$u(x, 0) = 0$$

$$u(x, 1) = x(x-1); \quad 0 \leq x \leq 1$$

Nyatakan jawapan akhir dalam bentuk pekali yang terlibat, dan nyatakan bagaimana untuk menilai pekali tersebut. Anda **tidak perlu** selesaikan kamiran tersebut.

(50/100)

5. Pertimbangkan persamaan haba yang berikut:

$$u_t = pu_{xx}; \quad 0 < x < L; \quad t > 0 \quad (1)$$

- (a) Dengan kaedah pembolehubah terpisahkan, cari penyelesaian am bagi persamaan pembezaan (1).

(35/100)

- (b) Dengan syarat-syarat sempadan dan syarat awal yang diberikan di bawah, cari penyelesaian khusus bagi persamaan pembezaan (1).

$$u(0, t) = 0; \quad t \geq 0$$

$$u(L, t) = 0; \quad t \geq 0$$

$$u(x, 0) = x(L - x); \quad 0 \leq x \leq L$$

Nyatakan jawapan akhir dalam bentuk pekali yang terlibat, dan nyatakan bagaimana untuk menilai pekali tersebut. Anda **tidak perlu** selesaikan kamiran tersebut.

(65/100)

Lampiran
Jadual Transformasi Laplace

$f(t)$	$L\{f(t)\} = F(s)$
c	$\frac{c}{s}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
te^{at}	$\frac{1}{(s-a)^2}$
$\sin(at)$	$\frac{a}{s^2 + a^2}$
$\cos(at)$	$\frac{s}{s^2 + a^2}$
$e^{at} \sin(kt)$	$\frac{k}{(s-a)^2 + k^2}$
$e^{at} \cos(kt)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2 + k^2}$
$t^2 e^{at}$	$\frac{2}{(s-a)^3}$

Operator ∇^2 dalam sistem koordinat Cartesian adalah:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$